если при наличии $ma \gtreqless nb$ имеем также $mc \gtreqless nd$.

Определение 7 гласит, что

$$a : b > c : d,$$

если существуют такие значения m и n, что

$$ma > nb, \text{ но } mc \leqslant nd.$$

Правда, в определении 5 не употреблено слово *равный* для обоих отношений, но так как в дальнейшем, в теоремах 11 и 13, доказывается, что $a : b = c : d$ и $c : d \geqslant e : f$ влекут за собой $a : b \geqslant e : f$, то ясно, что дело идет именно о равенстве.

Смысл этих определений величины какого-нибудь отношения становится ясным, если принять во внимание, что они, по существу, тождественны с современным определ нием простого иррационального числа посредством приближенных рациональных значений. Во-первых, чистое число есть отношение некоторой величины к единице того же вида, во-вторых, сравнения Эвклида приводят, действительно, к сравнениям между отношениями и рациональными приближенными значениями $\frac{n}{m}$.

Посмотрим теперь, как можно основать на этих определениях точную теорию отношений и пропорций.

В предложениях 1—3 и 5—6 Эвклид устанавливает, прежде всего, следующие леммы:

$$ma \pm mb = m(a \pm b), \qquad (1 \text{ и } 5)$$

$$ma \pm na = (m \pm n)a, \qquad (2 \text{ и } 6)$$

$$n \cdot ma = nm \cdot a. \qquad (3)$$

Правда, последние три предложения мы передаем несколько вольным образом, ибо в предложении 2, например, говорится, что $ma + na$ такое же кратное a, как $mb + nb$ кратное b, но доказательства, происходящие путем разложения целых чисел на их единицы, а также и приложения вполне согласуются с тем смыслом, какой мы здесь указываем.

Благодаря этим леммам и определению 4 нижеследующие предложения оказываются простыми следствиями определений 5 и 7: если

$$a : b = c : d,$$

то

$$ma : nb = mc : nd; \qquad (4)$$

если

$$a > b,$$

то

$$a : c > b : c, \qquad (7 \text{ и } 8)$$

но

$$c : a < c : b.$$